Arabic Sciences and Philosophy, vol. 11 (2001) pp. 45-78

LES CENTRES DE GRAVITÉ D'ABŪ SAHL AL-QŪHĪ

FAÏZA BANCEL

Plusieurs témoignages attestent qu'Abū Sahl al-Qūhī (Xe siècle)[1] a étudié les centres de gravité et a rédigé un ouvrage, en plusieurs livres, sur ce sujet. Les informations les plus riches qui nous soient parvenues sur ces travaux sont contenues dans la correspondance[2] scientifique qu'al-Qūhī a entretenue avec le mathématicien Abū Isḥāq al-Ṣābi', et dans le texte que 'Abd al-Raḥmān al-Khāzinī nous rapporte dans son livre *Kitāb Mīzān al-ḥikma*[3] (rédigé en 515/1121) et qu'il attribue conjointement à al-Qūhī et à Ibn al-Haytham.[4] C'est un ensemble de définitions et de propositions (sans démonstrations) qui définissent le concept de centre de gravité et étudient l'équilibre de systèmes de deux ou trois solides en tenant compte des positions de leurs centres de gravité.

[1] Une étude biographique récente et détaillée a été réalisée par R. Rashed dans le chapitre qu'il consacre au traité d'al-Qūhī sur le volume du paraboloïde dans *Les mathématiques infinitésimales du IXe au XIe siècle,* vol. I: *Fondateurs et commentateurs*: *Banū Mūsā, Thābit ibn Qurra, Ibn Sinān, al-Khāzin, al-Qūhī, Ibn al-Samḥ, Ibn Hūd* (Londres, 1996), pp. 835-83. Cette étude a montré qu'en 359/969 al-Qūhī était déjà un mathématicien reconnu et actif puisqu'il a participé cette année-là, en compagnie des phares de son époque, à des observations astronomiques et que plusieurs de ses traités étaient déjà rédigés et copiés. L'étude montre aussi qu'en 378/988, année où il a dirigé des observations à Bagdad, il était au nombre des mathématiciens les plus prestigieux.

[2] La correspondance d'Abū Sahl al-Qūhī avec al-Ṣābi' est un texte qui a suscité l'intérêt à plusieurs reprises: J. Sésiano, "Notes sur trois théorèmes de mécanique d'al-Qūhī et leurs conséquences", *Centaurus*, vol. 22, no. 4 (1979): 281-97. J.L. Berggren, "The correspondence of Abū Sahl al-Kūhī and Abū Isḥāq al-Ṣābi': A translation with commentaries", *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 7, no. 1 et no. 2 (1983): 39-123. Une nouvelle édition critique et une traduction en français ont été réalisées par P. Abgrall, Université de Paris 7.

[3] 'Abd al-Raḥmān al-Khāzinī, *Kitāb Mīzān al-ḥikma* (Hyderabad, 1941). Traduction partielle en anglais par N. Khanikoff, "Analysis and extracts of *Kitāb Mīzān al-ḥikma* (Book of the Balance of Wisdom), an Arabic work on the water-balance, written by al-Khâzinî in the twelfth century", *Journal of the American Oriental Society*, 6 (1859): 1-128. Traduction en russe par M.M. Rozhanskaya et I.S. Levinova, *Al-Khāzinī Kniga vesov midrosti*, *Nauchnoye nasledstvo*, vol. 6 (Moscou, 1983), pp. 15-140. Édition critique et traduction française en cours par F. Bancel, Université de Paris 7.

[4] *Ibid*., Livre 1, chap. 1.

Dans sa correspondance, al-Qūhī dit avoir déjà déterminé géométriquement les centres de gravité de plusieurs figures géométriques planes et solides (triangle, segment de parabole, cône, segment de paraboloïde, demi-sphère). Il renvoie Abū Isḥāq al-Ṣābi', pour les démonstrations de ses résultats, à son ouvrage sur les centres de gravité (*Kitāb Marākiz al-athqāl*). Il parle en effet d'un traité en six livres (*maqāla*) déjà rédigés au moment de la correspondance, auxquels d'autres livres devaient s'ajouter. Il annonce en particulier le projet d'un septième livre qui devait surpasser les autres par son volume et son contenu.

Dans l'introduction de son traité *Sur la détermination du volume du paraboloïde*,[5] il affirme interrompre ses investigations sur les centres de gravité, après avoir déjà déterminé ceux de plusieurs figures géométriques telles que la portion de sphère et l'ellipsoïde,[6] pour travailler sur le volume du paraboloïde, résultat dont il a besoin pour déterminer le centre de gravité de cette même figure.

L'existence de ce traité est attestée aussi par l'encyclopédiste al-Anṣārī qui le mentionne, avec un traité d'Ibn al-Haytham sur le même sujet, dans la note qu'il consacre à la science des barycentres.[7]

I - LES SOURCES D'AL-QŪHĪ

La question des sources d'al-Qūhī s'impose en effet puisque les cinq résultats corrects trouvés par Abū Sahl avaient été démontrés par Archimède. Dans la *Méthode* (prop. 5), celui-ci détermine le centre de gravité du paraboloïde en utilisant sa méthode mécanique. Dans les *Corps flottants* (II, prop. 2), il rappelle le résultat et déclare l'avoir déjà démontré[8] dans le *Livre des*

[5] Le texte de ce traité a été édité, traduit et commenté par R. Rashed dans *Mathématiques infinitésimales*, I, 835-83.

[6] L'un des manuscrits qui nous sont parvenus mentionne aussi le centre de gravité d'une portion d'hyperboloïde.

[7] E. Wiedemann, *Aufsätze zur arabishen Wissenchaftsgechichte* (Hildesheim / New York, 1970), vol. I, p. 122. À part le texte rapporté par al-Khāzinī, il ne nous reste malheureusement aucune trace du traité d'Ibn al-Haytham.

[8] Nous partageons l'avis de Paul Ver Eecke qui soutient que cette démonstration ne pouvait être que géométrique car sinon, il aurait renvoyé à la démonstration mécanique de la *Méthode*. Archimède s'est en effet clairement exprimé quant au sens du mot "démonstration" et au rôle de sa méthode mécanique (Archimède, *Les*

équilibres qui ne nous est pas parvenu. Le cas de la demi-sphère se trouve aussi dans la *Méthode* (prop. 6). En ce qui concerne le cône, seule la valeur numérique[9] a été donnée dans l'introduction de la *Méthode*. Quant aux figures planes, les centres de gravité de la parabole et du triangle ont été déterminés dans l'*Équilibre des plans,* I, 13-14 et II, 8. Le cas du triangle a été étudié aussi par Héron dans ses *Mécaniques,*[10] II, 35.

D'autre part, dans l'introduction du traité d'Abū Sahl *Sur la construction de l'heptagone régulier*, un passage nous renseigne sur le grand intérêt que portaient les mathématiciens de son époque aux œuvres d'Archimède, en citant des traités existant tels que le livre sur les centres de gravité:

> Les mathématiciens s'accordent pour reconnaître l'éminence d'Archimède et sa primauté sur les autres Anciens, car ils ont observé combien il a découvert de choses belles et lointaines, et de propositions difficiles et absconses, dans les précieuses sciences démonstratives; en témoigne avec évidence l'existence de ses livres comme le livre *Sur les centres de gravité*, le livre *Sur la sphère et le cylindre*, et les autres livres […].[11]

Les mathématiciens du Xe siècle ont hérité de très peu de textes de la tradition grecque sur les centres de gravité. Outre les *Mécaniques* de Héron, le livre VIII de la *Collection* de Pappus,[12] et vraisemblablement un texte d'Archimède sur les centres de gravité dont on ignore le contenu, on ne trouve la trace d'aucune autre œuvre clairement attestée. Al-Qūhī ne fait référence, dans ses lettres, à aucun écrit sur la statique attribué à Archimède.

Œuvres complètes, trad. Paul Ver Eecke [Paris-Bruxelles, 1921], trad. Charles Mugler [Paris, 1971], voir *la Méthode*, lettre introductive et prop. 2).

[9] Rien ne permet d'affirmer cependant qu'une démonstration ait été donnée par Archimède.

[10] Héron, "*Les Mécaniques*", éd. de Carra de Vaux, *Journal Asiatique*, série 9 (1893).

[11] *Traité d'Abū Sahl sur la construction de l'heptagone régulier*, éd. et trad. dans R. Rashed, *Les mathématiques infinitésimales du IXe au XIe siècle,* vol. III: *Théorie des coniques et constructions géométriques* (Londres, 2000), Appendice I, pp. 792-3.

أما أصحاب التعاليم، فكلهم قائلون بفضل أرشميدس، ومقدّموه على غيره من قدمائهم لما رأوا من استنباطاته للأشياء الحسنة البعيدة والأشكال المستصعبة الغامضة من العلوم البرهانية النفيسة؛ وذلك ظاهر من كتبه الموجودة، مثل كتاب *مراكز الأثقال* وكتاب *الكرة والأسطوانة* وغيرهما من الكتب...

[12] Pappus, *La Collection mathématique*, Œuvre traduite pour la première fois du grec en français, avec une introduction et des notes par Paul Ver Eecke, 2 vol. (Paris/Bruges, 1933; Nouveau tirage Paris, 1982).

Certaines remarques,[13] dans sa *Correspondance* avec Abū Isḥāq al-Ṣābi' montrent qu'il ne connaissait ni la démonstration de la loi du levier donnée par Archimède dans l'*Équilibre des plans,* ni celle donnée par le pseudo-Euclide dans le *Livre de la balance.* En fait, il ne savait pas si cette loi avait été démontrée par les mathématiciens grecs ou si elle était admise par l'intuition et l'expérience. Il ne connaissait pas non plus la *Quadrature de la parabole* d'Archimède, une œuvre dans laquelle il aurait pu puiser l'essentiel de la méthode mécanique. Cette œuvre ne lui était connue[14] que par sa mention dans la préface du livre I du traité *De la sphère et du cylindre*.

Une autre déclaration, donnée dans l'introduction de son traité *Sur la détermination du volume du paraboloïde*, montre que, bien que les cinq résultats corrects obtenus par al-Qūhī aient déjà été démontrés par Archimède, sa découverte des centres de gravité du paraboloïde, de la demi-sphère et de l'ellipsoïde, ainsi que ceux de plusieurs autres "*choses*" qu'il ne précise pas, était complètement indépendante des résultats d'Archimède qu'il ignorait:

> […] les centres de gravité de plusieurs choses ayant du poids, qui n'ont été trouvés avant nous par aucun des anciens qui se sont distingués en géométrie, ni *a fortiori* par aucun de ceux qui, parmi les modernes, leur sont inférieurs, et dont nous n'avons pas entendu non plus, qu'ils ont été trouvés, jusqu'à notre temps, tel que le centre de gravité d'une portion de sphère donnée, ou d'un ellipsoïde. Lorsque nous l'avons trouvé, nous avons eu le désir intense de trouver les centres de gravité d'autres solides dont on n'a pas trouvé les centres de gravité auparavant, comme le centre de gravité du paraboloïde.[15]

Le traité auquel il avait accès ne contenait donc ni la démonstration de la loi du levier ni la détermination des centres de

[13] Berggren, "The correspondence", p. 112, 16-22 et p. 110, 7-9:

إن نسبة الثقل إلى الثقل كنسبة البعد إلى البعد على المكافأة كانت مقدمة للأوائل ... كأرشميدس وأقليدس ... حتى انتهى إلى ثابت بن قرة وإلى زماننا هذا. ولم يشكّوا فيها، ولسنا ندري هل كانت صحة ذلك عندهم بالتجربة ومأخوذة من الحس، كما ظن أبو سعد العلاء بن سهل ذلك، أو كان عليها برهان.

[14] Berggren, "The correspondence", pp. 115, 27-114, 1:

وجدنا قطعا مكافئا مساويا لمربع ببرهان حقيقي، أولا من ذكر أرشميدس في صدر كتاب الكرة والأسطوانة بأنه كان وجده، وبعد ذلك ببرهان ثابت بن قرة.

[15] Rashed, *Mathématiques infinitésimales*, I, 850.

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

gravité de ces figures géométriques. Comme nous ne connaissons aucun traité transmis aux Arabes sur les centres de gravité de la parabole et du cône,[16] nous supposons que les résultats relatifs aux centres de gravité de ces figures ont aussi été obtenus par al-Qūhī indépendamment d'Archimède. Quant au résultat concernant le triangle, al-Qūhī pouvait y avoir accès à travers les *Mécaniques* de Héron ou le Livre VIII de la *Collection* de Pappus.[17] Seulement, il affirme dans ce même traité, qu'il ne s'occupait jamais de problèmes déjà résolus par ses prédécesseurs car son but était d'aller toujours de l'avant.[18] D'autre part, le contenu du texte qui lui est attribué (conjointement avec Ibn al-Haytham) par al-Khāzinī est différent, en plusieurs points, du contenu des textes de Héron et de Pappus. Ces derniers définissent le centre de gravité comme le point d'intersection de tous les plans qui passent par le centre du monde et qui divisent le corps en deux parties qui s'équilibrent. Al-Qūhī et Ibn al-Haytham le définissent physiquement et géométriquement. Ils traitent d'abord du mouvement naturel des corps vers le centre du monde et définissent le centre de gravité comme le point du corps qui coïncide avec le centre du monde, quand il y repose au terme de son mouvement naturel. C'est une définition physique que l'on ne retrouve pas chez Héron ni chez Pappus. Ils définissent géométriquement le centre de gravité comme le point d'intersection de tous les plans (qui ne passent pas nécessairement par le centre du monde) qui divisent le corps en deux parties qui s'équilibrent. Ils traitent aussi de la variation de la pesanteur en fonction de la distance du centre du monde. On ne rencontre cette théorie ni chez Héron ni chez Pappus.

La déclaration ci-dessus montre, d'autre part, que le traité d'al-Qūhī était l'une des premières œuvres importantes écrites

[16] À propos de la connaissance des œuvres d'Archimède par les mathématiciens arabes voir: R. Rashed "Archimède dans les mathématiques arabes", dans *Optique et mathématiques. Recherches sur l'histoire de la pensée scientifique en arabe,* Variorum Reprints (Aldershot, 1992), IX.

[17] Cf. Berggren, "The correspondence", p. 82.

[18] Rashed, *Mathématiques infinitésimales*, I, 852: "[...] si nous avions connu celui-ci [le volume du paraboloïde] et si nous l'avions compris à partir du livre de Thābit, nous ne nous serions pas occupés de poursuivre la détermination de ce que d'autres qui nous précèdent avaient déterminé – quelle que soit la manière dont on a fait sa détermination – et nous n'aurions pas parlé de la méthode de détermination de ceux qui nous ont précédés, qu'elle fût longue ou courte, difficile ou facile, dispensée des lemmes ou ayant besoin d'eux, car ceci n'est pas dans nos habitudes, alors surtout que les voies de cette science sont multiples et vastes."

en arabe sur les centres de gravité. En effet, al-Ṣābi’ le confirme dans la *Correspondance,* les mathématiciens arabes ne semblent pas avoir abordé avant lui ce problème de manière “complète et satisfaisante”:

[…] car sur cette science, celle des centres de gravité, il ne nous est parvenu ni ouvrage complet (*kitāb kāmil*) ni travail satisfaisant (*‘amal shāfin*) composé par quelqu’un des anciens ou des modernes.[19]

Par “une œuvre complète et satisfaisante”, al-Ṣābi’ entend sans doute une œuvre dans laquelle l’auteur étudie toutes les questions qui concernent le concept de centre de gravité. À l’exemple du traité d’al-Qūhī, décrit dans cette correspondance, cette œuvre doit définir ou expliquer le centre de gravité, étudier les problèmes d’équilibre et notamment la loi du levier pour des corps pesants en faisant intervenir leur centre de gravité, et enfin déterminer les centres de gravité de figures géométriques planes et solides.

II - LES CENTRES DE GRAVITÉ D’AL-QŪHĪ DANS *KITĀB MĪZĀN AL-ḤIKMA*

Pour déterminer les centres de gravité de figures géométriques telles que l’ellipsoïde, la portion de sphère et le segment de paraboloïde, il est nécessaire de définir rigoureusement le centre de gravité et d’étudier la théorie du levier pour des solides en tenant compte des positions de leurs centres de gravité. Le texte rapporté par al-Khāzinī, dans son *Kitāb Mīzān al-ḥikma*, ne traite pas de centres de gravité de figures géométriques, mais donne une définition physique et une géométrique du centre de gravité, et propose plusieurs problèmes concernant l’équilibre de systèmes de corps solides. Ces énoncés apparaissent comme une introduction à un traité qui aurait eu pour objet la détermination des centres de gravité de figures géométriques. Al-Khāzinī n’intègre à son traité que des passages qui concernent le fonctionnement des balances, comme l’indiquent l’objectif du *Kitāb Mīzān al-ḥikma* (c’est un traité sur l’usage et la construction de la balance) et le titre qu’il donne à ce chapitre: *Chapitre sur des questions principales relatives aux centres de gravité d’Abū Sahl al-Qūhī et Ibn al-Haytham al-Maṣrī. Ce chapitre aide celui qui l’étudie [i.e. la balance de la sagesse] à imaginer*

[19] Berggren, “The correspondence”, p. 120, 21-22.

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

ses sens. La détermination géométrique du centre de gravité d'un paraboloïde ou d'une surface plane ne lui serait en effet d'aucun secours dans la conception de la Balance de la Sagesse ou dans l'explication de son fonctionnement. En revanche, l'explication du concept de centre de gravité est certainement très importante, pour la compréhension du phénomène de l'équilibre entre solides et des opérations de pesée.

Dans les passages qu'il sélectionne, al-Khāzinī reste cependant très fidèle au texte original de l'auteur qu'il cite. Pour s'en convaincre, il suffit de regarder les passages qu'il attribue à Euclide, à Archimède, à al-Khayyām et à al-Bīrūnī et les comparer respectivement au contenu de *Liber de ponderoso et levi* attribué également à Euclide, au texte sur la pesanteur et la légèreté attribué à Archimède, aux textes sur les poids spécifiques d'al-Khayyām et d'al-Bīrūnī (voir Annexes 1, 2, et 3). Dans le premier cas, et bien que les textes soient écrits dans deux langues différentes, les similitudes sont frappantes. En effet, on retrouve dans le *Kitāb Mīzān al-ḥikma* l'intégralité du contenu du *Liber Euclidis de ponderoso et levi*, mais sans les démonstrations. Ainsi, on retrouve dans la première section les neuf postulats et dans la deuxième les énoncés de toutes les propositions. C'est sans doute le texte exact des énoncés de la version arabe du *Liber de ponderoso et levi* qui circulait à l'époque. Dans le cas du texte qu'al-Khāzinī attribue à Archimède, à part quelques erreurs de copiste, les deux textes comparés sont identiques. Dans le troisième cas, celui d'al-Khayyām, il n'y a que très peu de différences entre les deux textes. À part quelques phrases explicatives ajoutées dans la version d'al-Khāzinī et quelques différences à caractère grammatical, les deux textes sont littéralement identiques et le contenu est très fidèlement transmis. Quant au texte attribué à al-Bīrūnī, l'étude de M. Rozhanskaya et B.A. Rozenfeld qui l'ont comparé aux citations d'al-Khāzinī,[20] permet de conclure que celui-ci le reproduit "presque *verbatim*".

Dans l'ensemble de ces cas, il s'agit exactement de copies des textes originaux avec tout ce que cela implique comme erreurs et oublis de copistes. Il n'est donc pas déraisonnable d'en déduire qu'al-Khāzinī reste très fidèle au texte original qu'il cite, même s'il n'en sélectionne qu'une partie.

[20] M. Rozhanskaya et B.A. Rozenfeld, "On al-Bīrūnī's densimetry", dans D.A. King and G. Saliba (éds.), *From Deferent to Equant: a Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of E.S. Kennedy* (New York, 1987), pp. 403-17.

Un problème se pose alors quant à l'attribution du texte qui nous concerne, puisqu'al-Khāzinī l'attribue conjointement à al-Qūhī et Ibn al-Haytham, sans distinguer leurs contributions respectives. Nous allons donner, dans ce qui suit, plusieurs éléments susceptibles de nous éclairer à ce sujet.

III - DEUX TEXTES EN UN

En étudiant attentivement ce texte on peut constater qu'il se compose de deux parties. La première partie, que nous appellerons le texte 1, est constituée des cinq premières sections. La deuxième, que nous appellerons le texte 2, est constituée des quatre dernières sections.

Lorsque l'on compare ces deux textes, on est frappé par les similitudes qu'il y a entre eux. Ils traitent en effet plusieurs questions dans le même ordre, et à plusieurs reprises, des questions du texte 1 se répètent dans le texte 2. Des différences significatives existent cependant entre eux.

Voici une confrontation des deux textes qui met en évidence ces redondances et ces différences (voir Annexe 4 pour le texte arabe):

Texte 1 **Section première**	Texte 2 **Section sixième**
(1) La pesanteur est la force avec laquelle se meut le corps pesant vers le centre du monde.	(1) Tout corps pesant qui se meut vers le centre du monde ne dépasse pas le centre. Quand il y parvient son mouvement s'achève.
(2) Le corps pesant est celui qui se meut avec une force propre, toujours et uniquement vers le centre du monde, je veux dire que le pesant est celui qui a une force qui le meut vers le point centre et toujours dans la direction du centre et cette force ne le meut pas dans une autre direction; cette force lui est propre et n'est pas acquise de l'extérieur, elle ne le quitte pas tant qu'il n'est pas au centre et elle le meut toujours tant qu'il n'est pas arrêté par un obstacle et jusqu'à ce qu'il atteigne le centre du monde.	

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

Section deuxième

(1) Les corps pesants ont des forces différentes; il y a ceux dont la force est plus importante: ce sont les corps denses.

(2) Il y a ceux dont la force est moins importante: ce sont les corps rares.

(3) Plus la densité du corps est grande et plus sa force est importante.

(4) Plus sa rareté est grande et plus sa force est faible.

(5) Les corps de forces égales sont ceux de densités ou de raretés égales, c'est-à-dire ceux dont des quantités égales de formes similaires sont de pesanteurs égales; appelons ces corps ceux qui sont égaux en force.

(6) Les corps de forces différentes sont ceux qui ne sont pas ainsi; appelons-les ceux qui sont différents en force.

Section troisième

(1) Si un corps pesant se meut dans des corps fluides, son mouvement (dans ces corps) sera selon leurs fluidités; ainsi, son mouvement dans le corps le plus fluide sera plus rapide.

(2) Si, dans un corps fluide, se meuvent deux corps de tailles égales, de formes similaires et de densités différentes, le mouvement du corps le plus dense sera plus rapide.

(3) Si, dans un corps fluide, se meuvent deux corps de tailles égales, égaux en force et de formes différentes, celui qui rencontre le corps fluide avec une plus petite surface aura un mouvement plus rapide.

(4) Si, dans un corps fluide, se meuvent deux corps égaux en force et de tailles différentes, le mouvement du plus grand sera plus rapide.

Section quatrième	
(1) Les poids des corps pesants peuvent être identiques même s'ils (les corps) sont différents en force et en forme.	
(2) Les corps de poids égaux sont ceux qui, s'ils se meuvent dans un même corps fluide, à partir d'un même point, leurs mouvements seront identiques, je veux dire qu'ils parcourent la même distance pendant le même temps.	
(3) Les corps de poids différents sont ceux qui, s'ils se meuvent ainsi, leurs mouvements seront différents et celui qui a un poids plus important aura un mouvement plus rapide.	
(4) Les corps identiques en force, en taille, en forme et en distance par rapport au centre du monde sont identiques (en poids).	
(5) Tout corps pesant se trouvant au centre du monde a celui-ci à son milieu. L'inclination de ses parties, dans toutes ses directions, vers le centre du monde est identique. Tous les plans qui passent par le centre du monde divisent, chacun, ce corps en deux parties dont les poids s'équilibrent par rapport à ce plan.	(2) Lorsque son mouvement s'achève, l'inclination de toutes ses parties vers le centre est identique. (3) Lorsque son mouvement s'achève, la position du centre par rapport au corps ne varie plus. (4) Si des corps pesants se meuvent vers le centre (du monde) et ne sont pas arrêtés par un obstacle, alors ils se rencontreront au centre et leur position par rapport à celui-ci ne varie plus. (5) Tout corps pesant a un centre de gravité.
(6) Tous les plans qui le coupent et ne passent pas par le centre du monde le divisent en deux parties de poids qui ne s'équilibrent pas par rapport à ce plan.	(6) Toute surface plane menée par le centre de gravité d'un corps pesant le divise en deux parties de poids égaux.
(7) Dans tout corps pesant, le point qui coïncide avec le centre du monde, quand le corps y repose, est appelé le centre de gravité de ce corps.	(7) Et si elle le divise en deux parties de poids qui s'équilibrent, alors son centre de gravité est sur cette surface. (8) Et son centre de gravité est un point unique.

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

Section cinquième

(1) Deux corps qui s'équilibrent par rapport à un point donné sont tels que, s'ils sont joints à un corps pesant dont le centre de gravité est ce point, de telle sorte que leurs deux centres de gravité soient de part et d'autre de ce point et sur une ligne droite passant par ce point, la position de ce corps ne change pas. Ce point devient le centre de gravité de l'ensemble.

(2) Deux corps qui s'équilibrent par rapport à un plan donné sont tels que, s'ils sont joints à un corps pesant dont le centre de gravité est sur ce plan, de telle sorte que leurs deux centres de gravité soient de part et d'autre de ce plan, la position de ce corps ne change pas. Le centre de gravité de l'ensemble est sur ce plan.

(3) Les poids qui équilibrent un seul et même poids par rapport à un même centre, sont égaux.

(4) Si l'on joint, à des poids qui s'équilibrent par rapport à un centre donné, des poids qui s'équilibrent par rapport à ce centre, sans modifier leur centres de gravité, alors l'ensemble s'équilibre par rapport à ce centre.

(5) Si l'on joint, à des poids qui s'équilibrent par rapport à un plan donné, des poids qui s'équilibrent par rapport à ce plan, alors l'ensemble s'équilibre par rapport à ce plan.

(6) Si l'on soustrait, à des poids qui s'équilibrent, des poids qui s'équilibrent, sans modifier le centre de gravité de l'ensemble, alors ceux qui restent sont en équilibre.

Section septième

(1) L'ensemble de deux corps pesants liés entre eux de manière à ce que leurs positions relatives soient préservées a un centre de gravité qui est un seul et unique point.

(2) Si deux corps pesants reliés entre eux par un (autre) corps pesant dont le centre de gravité se situe sur la ligne droite joignant leurs deux centres de gravité, alors le centre de gravité de l'ensemble se situe sur cette ligne.

(3) Si un corps pesant équilibre un (autre) corps pesant, alors tout corps qui lui est égal en poids équilibre ce corps si les centres (de gravité) ne varient pas.

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

(7) Tout corps pesant qui équilibre un autre corps pesant n'équilibre pas une partie de celui-ci par la totalité de son poids ou par un poids supérieur, tant que la position de l'un d'eux ne change pas.

(4) Quels que soient deux corps qui s'équilibrent, si l'on enlève l'un d'eux et l'on place sur son centre un corps plus pesant, celui-ci n'équilibrera pas le corps restant mais n'équilibrera qu'un corps plus pesant.

Section huitième

(1) Tout corps de surfaces parallèles et de parties semblables a son centre de gravité confondu avec son centre, je veux dire le point auquel se croisent ses diamètres.
(2) Quels que soient deux corps de surfaces parallèles, égaux en force, d'altitudes égales et tels que leurs altitudes forment un angle droit avec leurs bases, le rapport de leurs poids est comme le rapport de leurs tailles.
(3) Quel que soit un corps de surfaces parallèles traversé par un plan parallèle à deux plans opposés (de ce corps) qui le divise en deux corps de surfaces parallèles, si on détermine les centres des deux corps et on les relie par une ligne droite et si on détermine le centre de tout le corps qui est aussi sur cette droite, alors le rapport des poids des deux corps, l'un à l'autre est comme le rapport inverse des deux portions de la droite, l'une à l'autre.
(4) Étant donné deux corps pesants liés, le rapport du poids de l'un au poids de l'autre est comme le rapport inverse des deux portions de la droite sur laquelle se situent les trois centres de gravité, celui de chaque corps et celui de leur ensemble, l'une à l'autre.

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

(8) Les corps égaux en force, égaux en taille, de formes similaires et tels que les distances de leurs centres de gravité à un même point sont égales, ont des poids équilibrés par rapport à ce point et par rapport au plan passant par ce point et les situations de ces corps par rapport à ce plan sont similaires.

Section neuvième

(1) Quels que soient deux corps qui s'équilibrent par rapport à un point donné, le rapport du poids de l'un au poids de l'autre est comme le rapport inverse des deux portions de la droite passant par ce point et (passant) par leurs deux centres de gravité, (l'une à l'autre).

(2) Si deux corps pesants équilibrent un même corps pesant par rapport à un même point, alors le plus proche de ce point est plus pesant que le plus loin.

(3) Si un corps pesant équilibre un (autre) corps pesant par rapport à un point et s'il se meut, ensuite, dans la direction opposée à cet autre corps, avec son centre de gravité, toujours sur la ligne droite passant par les centres, alors plus il sera loin et plus son poids sera grand.

(9) Quels que soient deux corps pesants, l'ensemble de leurs poids est supérieur au poids de chaque.

(10) Les corps pesants équidistants par rapport au centre du monde sont ceux dont les lignes qui partent du centre du monde à leur centre de gravité sont égales.

(4)[21] Si deux corps pesants égaux en force, en taille et en forme ont des distances différentes du centre du monde, alors le plus éloigné est le plus pesant.

[21] On remarquera que l'auteur passe dans les questions 9(4) et 5(10), directement et sans lien visible, de problèmes d'équilibre d'ensembles de corps tels que la loi du levier, à l'étude d'un corps pesant à une distance donnée du centre du monde. Il ne s'agit cependant, dans la première partie, que de la définition de corps équidistants du centre du monde, alors que l'auteur énonce dans la deuxième partie la relation entre le poids d'un corps et la distance qui le sépare du centre du monde.

Les deux textes débutent par la question du mouvement naturel des corps vers le centre du monde et de leurs positions finales par rapport à ce centre. L'auteur évoque dans le texte 1 la notion de force qui est inhérente au corps pesant et qui le déplace vers le centre du monde. On ne rencontre pas cette notion dans le texte 2 où l'auteur parle du mouvement naturel des corps pesants vers le centre sans en expliquer la cause.

On pourrait voir même trois parties dans ce texte: une première partie composée des questions 1(1)[22]-4(4) et proche du *Liber de ponderoso et levi* d'Euclide, puis une deuxième et une troisième parties composées respectivement des questions 4(5)-5(10) et 6(1)-9(4) et qui seraient plus particulièrement consacrées aux problèmes de centres de gravité. Néanmoins, les problèmes de pesanteur et de mouvement naturel des corps pesants vers le centre du monde (section 1) ne sont nullement traités dans le livre d'Euclide et les questions 2(1)-4(4) ne sont en fait qu'une explication des questions 1(1,2). En effet, l'auteur insère dans la section 2 des passages qui définissent la force d'un corps pesant, évoquée dans les questions 1(1,2), en expliquant son rapport avec la densité du corps (cette section est effectivement proche du *Liber de ponderoso*). Ces passages sont suivis dans la section 3 par d'autres qui traitent de la vitesse du mouvement du corps dans un fluide, eux-mêmes suivis par d'autres (questions 4(1-3)) qui montrent le rapport qui existe entre le poids d'un corps et la vitesse de son mouvement dans un fluide.[23] Cette étude aboutit à la question 4(4) qui stipule que le poids d'un corps dépend de sa force, de sa taille, de sa forme et de sa distance du centre du monde.[24] L'auteur revient ensuite

[22] Section 1, question 1.

[23] On notera que les propositions concernant le mouvement des solides dans des fluides ne sont pas correctes.

[24] Le raisonnement identique que fait al-Khāzinī dans la suite de son traité et qui est plus clairement exposé, nous permettra de comprendre le lien qui existe entre cette proposition et ce qui la précède. Al-Khāzinī, qui reprend ce problème dans son chapitre récapitulatif (chapitre 5), traite d'abord des questions qui concernent le comportement des corps pesants dans les liquides. Il passe ensuite à l'étude des corps dans l'air et il énonce que les corps pesants sont inhibés par l'air et sont, en réalité, plus pesants que leur poids dans cet air. S'ils sont mus vers un air plus rare, ils y sont plus pesants et inversement. Il énonce ensuite que tout corps pesant voit son poids varier en fonction de sa distance du centre du monde et que, pour un même corps, le rapport du poids au poids est comme le rapport de la distance à la distance. Son raisonnement est le suivant: plus on s'éloigne de la terre plus l'air est rare. Par conséquent, il a moins de résistance. Selon al-Khāzinī, cette résistance ou inhibition à la chute d'un corps pesant dépend du volume, de la densité et de la forme de ce corps.

au centre du monde pour définir la position d'un corps qui y repose par rapport à ce centre et pour évoquer l'inclination de toutes ses parties vers ce centre. Il aboutit ainsi à la définition physique du centre de gravité d'un corps qui est le point qui coïncide avec le centre du monde lorsque ce corps y repose.

Le texte 2, ne faisant pas intervenir au début la notion de force, ne passe pas par toutes ces explications. Après avoir évoqué le mouvement naturel des corps pesants vers le centre du monde, l'auteur parle de la position du corps par rapport à ce centre et l'inclination de toutes ses parties vers ce point, à la fin de son mouvement naturel. Contrairement au texte 1, l'auteur ne donne pas ici explicitement la définition physique du centre de gravité. Il passe directement à la définition géométrique: tout corps pesant a un et un seul centre de gravité. C'est l'intersection de tous les plans qui divisent le corps en deux parties qui s'équilibrent.

Les deux textes traitent ensuite des problèmes d'équilibre d'un ensemble de corps en fonction des positions de leurs centres de gravité, une étude qui aboutit à la loi du levier qui n'est généralisée que dans le texte 2 (dans le texte 1, il n'est question que de l'équilibre de deux poids égaux). Après cette loi les deux textes passent brusquement à la notion de variation du poids en fonction de la distance du centre du monde. Dans le premier, l'auteur définit (section 5, prop. 10) la distance entre un corps et le centre du monde comme la distance entre celui-ci et le centre de gravité du corps, après avoir postulé précédemment (section 4, prop. 4) que des corps égaux en force, en volume et qui sont à distance égale du centre du monde ont des poids égaux). Dans le deuxième texte il s'agit d'une relation entre le poids et la distance par rapport au centre du monde dans la proposition 9(4).

Même si nous ne pouvons pas trancher, plusieurs arguments, d'ordres d'ailleurs bien différents, sont en faveur de l'indépendance de ces deux textes: les redondances de certaines idées et même de certaines expressions, d'une part, et les divergences marquantes des deux textes, d'autre part.

Les redondances sont en effet frappantes entre les deux textes. Nous attirons particulièrement l'attention sur les propositions 4(5) et 6(2,3) qui évoquent la position du corps par rapport au centre du monde à la fin de son mouvement naturel et l'inclination de toutes ses parties vers le centre, ainsi que les propositions 5(7) et 7(4) qui sont un exemple frappant de redondances. Il est fondamental de noter néanmoins la différence

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

dans l'énoncé de ces propositions qui expriment la même idée. Cette différence est encore plus manifeste entre 5(1) qui est une définition et 7(1) et 7(2) qui sont deux propositions et entre 5(3) et 7(3) qui sont réciproques.[25]

Par ailleurs, on peut constater que les deux textes ne poursuivent pas le même objectif. Alors que le premier est d'inspiration plus dynamique et cherche à formaliser le phénomène de la pesanteur et des centres de gravité (il étudie le mouvement des corps dans les fluides et tous les paramètres qui l'influencent et s'attache au phénomène de la gravité), le deuxième étudie géométriquement le centre de gravité et certaines propriétés de l'équilibre dans le but de déterminer les centres de gravité de figures solides. La détermination des centres de gravité de figures géométriques apparaît comme son objectif. Son étude du centre de gravité et l'équilibre d'un parallélépipède ou d'ensembles de parallélépipèdes rappelle, en effet, la proposition 10 de l'*Équilibre des plans* d'Archimède dans laquelle celui-ci montre que le centre de gravité d'un parallélogramme est le point d'intersection de ses diagonales, résultat qu'il utilise pour déterminer le centre de gravité du triangle (I.13), utilisé à son tour pour déterminer le centre de gravité du trapèze (I, 15) puis de celui du segment de parabole (II, 2).

Enfin puisque al-Khāzinī lui-même rappelle au début de ce chapitre que ce texte était constitué d'emprunts aux traités d'al-Qūhī et d'Ibn al-Haytham, on pourrait voir dans le texte 2 un emprunt à al-Qūhī, puisque la démarche et l'objectif du texte 2 concordent avec les informations qui nous sont parvenues sur le contenu de son traité, qui a un caractère principalement géométrique et dont l'objectif était la détermination des centres de gravité de figures géométriques. Quant au texte 1, on pourrait y voir un emprunt à Ibn al-Haytham puisque sa démarche plus dynamique, cet attachement au phénomène physique et ce besoin de démontrer concordent avec la philosophie de ce savant pour qui les mathématiques sont un moyen pour quantifier les phénomènes physiques qu'il cherche à expliquer et à formaliser.

Par ailleurs, les similitudes entre ces deux textes ne nous paraissent pas anodines. On remarquera, tout d'abord, que plusieurs questions étaient traitées dans le même ordre: les deux

[25] Qu'une proposition et sa réciproque se trouvent dans un même texte est très habituel. Ce qui l'est moins est qu'elles soient traitées à des endroits aussi éloignés et dans des sections différentes.

textes débutent par la question du mouvement naturel des corps vers le centre du monde, définissent le centre de gravité, et passent ensuite à l'étude de problèmes d'équilibre, pour finir par le problème de la variation du poids en fonction de l'éloignement du centre du monde. Il est particulièrement intéressant de remarquer aussi la similitude entre les questions 5(3-7) du texte 1 et les axiomes 1, 2, 3 et 9 du livre I des *Éléments* d'Euclide. Ces questions ressemblent en effet à une combinaison des postulats I, 2 et I, 3 de l'*Équilibre des plans* (rupture de l'équilibre à l'addition ou à la soustraction d'une quantité à l'un des deux poids qui s'équilibrent) et des axiomes 1, 2, 3 et 9 du livre I des *Éléments* d'Euclide (*les égaux à un tiers sont égaux*, addition et soustraction d'égaux à des égaux, et *le tout est plus grand que la partie*). Cette coïncidence est d'autant plus intéressante que l'ordre dans lequel sont données ces propositions 5(3-7) est le même que celui dans lequel sont données les propositions 7(3) et 7(4) du texte 2 et correspond exactement à l'ordre dans lequel sont donnés les axiomes 1, 2, 3 et 9 du livre I des *Éléments*.

Nous retrouvons aussi dans les propositions (5,1), (7,1) et (7,2), la trace d'une proposition qu'Archimède dit[26] avoir démontrée antérieurement à l'*Équilibre des plans,* et dans laquelle il prouve que le centre de gravité de deux grandeurs se situe sur la droite joignant leurs deux centres de gravité.

Ibn al-Haytham avait accès à l'œuvre d'al-Qūhī, son prédécesseur de quelques décennies, et a certainement pu suivre cette œuvre dans la rédaction de la sienne, tout en poursuivant un objectif différent. La présence de plusieurs traces de l'œuvre archimédienne dans ces textes suggère cependant une autre hypothèse: al-Qūhī et Ibn al-Haytham avait accès à un même texte plus ancien, peut-être celui d'Archimède qui, d'après le témoignage d'al-Qūhī, circulait à leur époque. Ils ne l'auraient suivi cependant que pour la rédaction du début de leurs travaux, car nous savons que ce texte ne contenait pas la démonstration de la loi du levier et la détermination des centres de gravité de figures géométriques planes et solides, puisqu'aucune œuvre ancienne sur ce sujet ne leur est parvenue.

[26] *L'Équilibre des plans*, proposition 4.

IV - LE LIVRE D'AL-QŪHĪ SUR LES CENTRES DE GRAVITÉ

La correspondance d'al-Qūhī, nous apporte plusieurs renseignements importants sur le contenu du traité qu'il a rédigé sur le sujet. Il déclare en effet qu'il était sur le point d'achever six livres (*maqāla*) successifs, dont quatre étaient rédigés à Bassorah au moment où il donnait ce témoignage ("ici à Bassorah") et deux à Bagdad. Ces six livres ont été donc rédigés avant 384/994, date de la mort d'al-Ṣābi'.

Il annonce aussi le projet d'un septième livre sur les centres de gravité qui sera le meilleur et le plus volumineux, suivi d'un huitième livre sur les centres de gravité d'ensemble de trois ou quatre corps solides ou fluides.[27] Al-Qūhī dit dans ses lettres avoir déterminé géométriquement, dans les quatre livres rédigés à Bassorah ("dans les quatre livres que j'ai rédigés ici"),[28] les centres de gravité de cinq figures dont trois sont de révolution (le paraboloïde, le cône et la demi-sphère) et les deux autres sont planes (la parabole et le triangle). Ces cinq premiers résultats qu'il donne sont en effet justes. Quant au centre de gravité de la sixième figure (demi-cercle), il dit avoir démontré géométriquement qu'il se situait sur l'axe et déduit sa valeur en suivant un ordre naturel que lui ont suggéré les cinq premiers résultats. Ses résultats sont les suivants. Ils représentent les rapports entre la hauteur des différents centres de gravité et celle des figures considérées.

1:4 pour le cône
2:6 pour le paraboloïde
3:8 pour la demi-sphère
1:3 pour le triangle
2:5 pour la parabole
3:7 c'est la valeur qu'il en déduit pour le demi-cercle et qui lui paraît une suite logique aux autres valeurs.[29]

[27] "*Sayyāla*" dans l'édition de Berggren qui évoque la possibilité d'une corruption et s'interroge sur la signification de ce mot. Cf. "The correspondence", pp. 73-4.

[28] Berggren, "The correspondence", p. 123, 12:
أما في الأربع مقالات التي عملتها ههنا

[29] Il précise cependant que ce résultat reste provisoire tant qu'une démonstration géométrique rigoureuse n'a pas été fournie. Berggren, "The correspondence", p. 109, 26-27:

أما أن هذه النسبة ... فهي موقوفة حتى يقوم البرهان الهندسي على صحة هذا ... أو على فساده...

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

Al-Qūhī dit avoir démontré, après cela, d'autres propositions qu'il a utilisées comme lemmes (*muqaddima*) pour déterminer le centre de gravité d'un secteur de cercle. Il cite les deux suivantes:

1. Le rapport d'un arc de cercle à sa corde est égal au rapport du rayon du cercle à la distance qui sépare le centre du cercle et le centre de gravité de l'arc.

2. Étant donnés deux secteurs semblables de cercles ayant le même centre et tels que le rapport de leurs diamètres est égal au rapport de 3/2, le centre de gravité de l'arc ayant le plus petit diamètre coïncide avec le centre de gravité du secteur ayant le plus grand diamètre.

Il donne ensuite, à titre d'exemple, le centre de gravité du triangle équilatéral, accompagné de l'expression "qui est sans aucun doute son centre".[30] Il ne fournit, cependant, aucune information sur une démonstration éventuelle de ce résultat.

En répondant à la demande d'al-Sābi' des précisions qu'il convient d'apporter à la loi du levier, considérée jusqu'alors comme un lemme (*muqaddima*), al-Qūhī affirme clairement que le centre de gravité de l'ensemble de deux corps est le point autour duquel ils s'équilibrent mutuellement, et dit l'avoir expliqué et démontré dans ses livres sur les centres de gravité. Dans la même réponse, il dit avoir démontré la loi du levier qui ne fait plus partie des lemmes depuis qu'il en a fourni la preuve.[31]

Les informations que nous possédons sur ce traité et qui nous sont parvenues dans la *Correspondance*, dans l'introduction du traité *Sur la détermination du volume du paraboloïde* et dans le texte de *Kitāb Mīzān al-ḥikma,* suggèrent l'organisation suivante de cette œuvre:

1. La première partie est une introduction dans laquelle l'auteur introduit le concept de centre de gravité. Il y explique le

[30] Berggren, "The correspondence", p. 111, 7: الذي لا شك أنه وسطه.

[31] Berggren, "The correspondence ", pp. 111, 21-110, 1:

فإذا كان الأمر كذلك فقد صح أن تلك المقدمة التي يستعملها القدماء في مراكز الأثقال ليس تحتاج إلى شرط وتحديد بحسب الوضع لأن كل ثقلين أبدا بأي وضع كانا، فتكون نسبة الثقل إلى الثقل متكافئة (مكافيًا Berggren) مع نسبة البعد إلى البعد بين (في Berggren) مراكز الأثقال الثلاثة، أعني مركز ثقل مجموعهما ومركز ثقل كل واحد منهما. ومع استغنائه عن الشرط والتحديد فليس بمستغن عن الشرح قليلا، وقد شرحت في مراكز الأثقال وبرهنت عليه. وأما إشارته إلى أن هذه المقدمة مسلمة، إن كان يريد بذلك أنها كانت مسلمة للقدماء الذين كانوا قبلنا وينظرون في هذا العلم، فجائز. وإن كان يريد أنها مسلمة لنا، فلا، لأنا برهنا عليها، وخرجت ببرهاننا من المقدمات ...

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

sens physique de la pesanteur et du centre de gravité en évoquant le mouvement naturel des corps vers le centre du monde et définit géométriquement le centre de gravité.

Il y étudie aussi l'équilibre et les centres de gravité d'ensembles de corps solides. Dans le texte rapporté par al-Khāzinī, se trouvent les exemples du centre de gravité de l'ensemble de deux corps pesants et de celui de trois corps dont les centres se situent sur la même droite.

L'étude de tous ces problèmes d'équilibre aboutit à la loi du levier selon laquelle les poids sont inversement proportionnels aux distances dans un système de deux poids en équilibre. Cette loi a été démontrée précédemment dans le fragment sur les balances attribué au pseudo-Euclide et ensuite par Thābit ibn Qurra dans son *Kitāb fī al-qarasṭūn*,[32] mais sans faire intervenir les centres de gravité des solides. Les distances considérées étaient celles entre les points de suspension des corps et le fléau. Archimède a démontré cette loi en tenant compte des distances des centres de gravité des corps, mais ce qui nous est parvenu, dans l'*Équilibre des plans,* concerne uniquement les cas de figures planes.

Les textes rapportés dans *Kitāb Mīzān al-ḥikma* sont les seuls que nous connaissons qui évoquent la loi d'équilibre pour des solides en termes de centres de gravité.

2. La suite aurait été consacrée à la détermination des centres de gravité de figures géométriques planes et solides. Cette partie est constituée au moins des quatre livres de Bassorah qui étaient déjà rédigés au moment de la correspondance avec Abū Isḥāq al-Ṣābi'.

Comme l'indiquent ses propres témoignages dans son traité *Sur la détermination du volume du paraboloïde* et dans sa *Correspondance*, al-Qūhī a déterminé les centres de gravité de plusieurs figures solides comme la portion de sphère, l'ellipsoïde et le segment de paraboloïde. Il suffit de regarder le texte de son traité sur le volume du paraboloïde pour deviner le niveau technique qu'a dû atteindre son travail sur les centres de gravité. Par ailleurs, il présente dans la *Correspondance* deux théorèmes qui permettent la détermination des centres de gravité d'un arc de cercle et d'un secteur de cercle. Ils sont non seulement corrects mais aussi inexistants dans la littérature ancienne. Cela

[32] *Kitāb fī al-qarasṭūn*, éd. et trad. française par K. Jaouiche (Leiden, 1976).

montre le degré d'abstraction que les recherches d'al-Qūhī avaient atteint. Quant aux méthodes utilisées dans ses démonstrations, nous n'avons malheureusement aucun élément qui nous permette de les reconstituer. Nous ne pouvons actuellement que deviner la haute technicité qui y est déployée et parier sur l'utilisation des techniques infinitésimales.

ANNEXE 1: PSEUDO-EUCLIDE

Liber Euclidis de Ponderoso et Levi, traduit par E. Moody & C. Clagett, *The Medieval Science of Weights* (Madison, 1952), pp. 21-31:	Texte rapporté par al-Khāzinī:
The Book of Euclid Concerning the Heavy and Light and the Comparison of Bodies To Each Other.	*Chapitre 3: questions d'Euclide sur la pesanteur et la légèreté et comparaison des corps entre eux: en deux sections.*
Postulates	Section 1
(1) Bodies equal in volume are those which fill equal places.	(1) Les corps égaux en volume sont ceux qui remplissent des places égales.
(2) And those which fill unequal places are said to be of different volume.	(2) Ceux qui remplissent des places différentes sont dits différents en volume.
(3) And what are said to be large, among bodies, are said to be capacious, among places.	(3) Le corps le plus volumineux est celui qui correspond à la place la plus grande.
(4) Bodies are equal in force, whose motions through equal places, in the same air or the same water, are in equal times.	(4) Les corps égaux en force sont ceux qui parcourent des places égales, dans le même air ou dans la même eau, dans des temps égaux.
(5) And those which traverse equal places in different times are said to be different in force.	(5) Ceux qui parcourent des places égales dans des temps différents sont dits différents en force.
(6) And that which is the greater in its force, is the lesser in its time.	(6) Ceux qui possèdent des forces plus grandes correspondent à des temps plus petits.
(7) Bodies are of the same kind which, if of equal volume, are of equal force.	(7) Les corps de même genre sont ceux qui sont égaux en force quand ils sont égaux en volume. Si des corps égaux en volume ont des forces différentes, ils sont dits différents en genre.
(8) When bodies which are equal in volume are different in force with respect to the same air or water, they are different in kind.	
(9) And the denser body is the more powerful.	(8) Les plus denses ont les forces les plus grandes.

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

Theorems	Section 2
I Of bodies which traverse unequal places in equal times, that which traverses the greater places is of the greater force.	(1) Des corps qui parcourent, en des temps égaux, des places différentes ont des forces d'autant plus importantes que leurs places sont grandes.
II If, of two bodies of the same kind, one is a multiple in size of the other, then its force will be similarly related to the force of the other.	(2) Si deux corps sont de même genre et si l'un d'eux est multiple de l'autre, alors le rapport de leurs volumes est égal au rapport de leurs forces.
III Of bodies of the same kind, the volumes and forces are proportional.	(3) Les corps de même genre ont le même rapport entre les forces et les volumes.
IV If two bodies are each of the same kind as a third body, they are of the same kind as each other.	(4) Les corps de même genre qu'un autre corps sont de même genre.
V When the volumes and the forces of several bodies are in the same proportion, the bodies are of the same kind.	(5) Si des corps ont le même rapport entre leurs forces et leurs volumes, alors ils sont de même genre.
	(6) Si des corps sont différents en volume et égaux en force, relativement à un même air ou une même eau, alors le plus dense est le moins volumineux.
	Ainsi s'achèvent ses propos.

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

ANNEXE 2: ARCHIMÈDE*

Texte édité par Zotenberg au *Journal asiatique*, s. 7, t. 13, pp. 509-15.	Texte rapporté par al-Khāzinī:
مقالة لأرشميدس في الثقل والخفة.	الباب الثاني في مسائل أرشميدس في الثقل والخفة قال:
إن بعض الأجسام والرطوبات أثقل من بعض. فإنما يقال للجسم أنه أثقل من الجسم أو للرطوبة أنها أثقل من رطوبة أخرى أو للجسم أنه أثقل من الرطوبة متى كانا إذا أخذ منهما شيئان بمقدار واحد في المساحة ثم وزنا كان أحدهما أثقل من الآخر؛ فأما إذا كان وزنهما سواء فليس يقال أن أحدهما أثقل من صاحبه، والذي يقال أنه أثقل هو الأكثر وزنا. ونضع أن للرطوبة في طبيعتها أن تكون أجزاؤها المتصلة مستوية في الوضع. وما يضغط منها أكثر يدفع ما يضغط منها أقل وكل واحد من أجزائها يضغطه ما فوقه على الشاقول إن لم تكن الرطوبة محصورة في شيء يضغطها شيء آخر.	(أ) إن بعض الأجسام والرطوبات أثقل من بعض وإنما يقال للجسم أنه أثقل من جسم أو للرطوبة أنها أثقل من رطوبة أخرى أو للجسم أنه أثقل من الرطوبة متى كانا إذا أخذ منهما شيئان بمقدار واحد في المساحة ثم وزنا كان أحدهما أثقل من الآخر؛ فأما إذا كان وزنهما سواء فليس يقال أن أحدهما أثقل من الآخر، والذي يقال أنه أثقل هو الأكثر وزنا. (ب) ونضع أن للرطوبة في طبيعتها أن تكون أجزاؤها المتصلة مستوية في الوضع. (ج) وما يضغط منها أكثر يدفع ما يضغط منها أقل وكل واحد من أجزائها يضغطه ما فوقه على الشاقول إن لم تكن الرطوبة محصورة في شيء يضغطها شيء آخر.
كل رطوبة قائمة لا تتحرك فإن شكلها شكل كرة. إذا كان جسم مساويا في	(د) كل رطوبة قائمة لا تتحرك فإن شكلها شكل سطح كرة. (ه) إذا كان جسم ما

* Les textes présentés dans les annexes 2 et 3 ne sont pas une édition critique.

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

مساويا في الثقل لرطوبة ما فإنه إذا ألقي ذلك الجسم في تلك الرطوبة رسب فيها إلى أن يساوي سطحه سطحها فقط. (و) وإذا كان جسم ما أخف من رطوبة ما فإنه إذا ألقي ذلك الجسم في تلك الرطوبة لم يغرق فيها بأجمعه بل كان منه شيء خارجا عن سطح الرطوبة. (ز) إذا كان جسم ما أخف من رطوبة فإنه إذا ألقي فيها غرق منه مقدار ما إذا أخذ مقدار من الرطوبة مساو في المساحة للمقدار الذي غرق منه وجد وزن ذلك المقدار من الرطوبة مساويا لوزن الجرم كله. (ح) إذا كان جسم ما أخف من رطوبة وغمر فيها فإن صعوده يكون بقوة مساوية لقوة فضل ثقل مقدار من الرطوبة مساو في المساحة لذلك الجسم على ثقل ذلك الجسم. (ط) إذا كان جسم ما أثقل من رطوبة فألقي فيها فإن ثقله إذا رفع مساو لفضل ثقل ذلك الجسم على ثقل مقدار من الرطوبة مساو في المساحة لذلك الجسم. (ي) إذا كان جسم ما أخف من رطوبة وكان شكل ذلك الجسم شكل قطعة من كرة وألقي ذلك الجسم في تلك الرطوبة ويعمد الذي يلقيه أن لا تلقى قاعدته الرطوبة فإن الشكل يقوم قائما حتى يكون محور قطعة الدائرة على شاقول.

(يا) إن ميل أيضا بعد أن لا تلقى القاعدة الرطوبة لم يبق مائلا بل عاد إلى القيام على الاستواء.

الثقل لرطوبة ما فإنه إذا ألقي ذلك الجسم في تلك الرطوبة رسب فيها إلى أن يساوي سطحه سطحها فقط. وإذا كان جسم ما أخف من رطوبة ما فإنه إذا ألقي ذلك الجسم في تلك الرطوبة لم يغرق فيه بأجمعه بل كان منه شيء خارج عن سطح الرطوبة. إذا كان جسم ما أخف من رطوبة فإنه إذا ألقي فيها غرق منه مقدار إذا أخذ مقدار من الرطوبة مساو في المساحة للمقدار الذي غرق منه وجد وزن المقدار من الرطوبة مساويا لوزن الجرم كله. إذا كان جسم ما أخف من رطوبة وغمر فيها فإن صعوده يكون بقوة مساوية لقوة فضل ثقل مقدار من الرطوبة مساو في المساحة لذلك الجسم على ثقل ذلك الجسم. إذا كان جسم ما اثقل من رطوبة وألقي فيها فإن ثقله إذا رفع مساو لفضل ثقل ذلك الجسم على ثقل مقدار من الرطوبة مساو في المساحة لذلك الجسم.

إذا كان جسم ما أخف من رطوبة وكان شكل ذلك الجسم شكل قطعة من كرة وألقي ذلك الجسم في تلك الرطوبة ويعمد الذي يلقيه أن لا تلقى قاعدته الرطوبة فإن الشكل يكون قائما حتى يكون محور قطعة الدائرة على شاقول.

Du manuscrit de Gotha A 1158, 12 (40b-41a)

إن ميل أيضا بعد أن لا تلقى قاعدة الرطوبة لم يبق مايلا [على حال] القيام على الإستواء.

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

ANNEXE 3: AL-KHAYYĀM

Texte du MS Gotha A 1158, 11:

إذا أردت أن تعرف مقدار كل واحد من الذهب والفضة في جسم مركب منهما، فخذ مقدارا من الذهب الخالص وتعرف وزنه في الهواء،

ثم خذ كفّتين متساويتين متشابهتين في ميزان وعمود متشابه الأجزاء أسطواني الشكل، وضَع الذهب في إحدى الكفتين في الماء وفي الأخرى ما يثقلها، ونجعل العمود موازيا للأفق واعرف مقداره، ثم اعرف نسبة الوزن الهوائي للذهب إلى وزنه المائي وكذلك خذ فضة خالصة

واعرف نسبة وزنها الهوائي إلى وزنها المائي،

فإن كانت النسبة مثل نسبة وزن الذهب الهوائي إلى وزنها المائي، فإن المركّب من الذهب الخالص، لا شيء فيه هو من الفضة، وإن كانت النسبة مثل نسبة الفضة، فإن المركب هو من الفضة، لا شيء فيه من الذهب، وإن كانت النسبة فيما بينهما، فحينئذ يكون الجرم مركبا منهما .

ووجه أن تعرف مقدار كل واحد منهما بالوزن الهوائي

Texte rapporté par al-Khāzinī:

الفصل الأوّل في صنعة الميزان والوزن به.

قال الإمام أبو حفص عمر بن إبراهيم الخيامي إذا أردت أن تعرف مقدار كل واحد من الذهب والفضة في جسم مركب منهما، أخذنا مقدارا من الذهب الخالص ونعرف وزنه في الهواء، وكذلك نأخذ فضّة خالصة ونعرف وزنها الهوائي ثم نأخذ كفّتين متساويتين متشابهتين في ميزان له عمود متشابه الأجزاء أسطواني الشكل، ونضَعُ الذهب في إحدى الكفتين في الماء وفي الكفة الأخرى ما يثقلها، ونجعل العمود موازيا للأفق ونعرف مقداره، ثم نعرف نسبة وزنها الهوائي إلى وزنها المائي. وكذلك نضع الفضة في إحدى الكفتين في الماء وفي الكفة الأخرى ما يثقلها، ونعرف مقداره ونسبة وزنه الهوائي إلى وزنه المائي ثم نأخذ المركّب ونعرف نسبة وزنه المائي إلى وزنه الهوائي فإن كانت النسبة مثل نسبة وزن الذهب الهوائي إلى وزنه المائي، فإن المركّب هو من الذهب الخالص، لا شيء فيه من الفضة، وإن كانت النسبة مثل نسبة الفضة، فإن المركب هو من الفضة، لا شيء فيه من الذهب، وإن كانت النسبة فيما بينهما، فحينئذ يكون الجرم مركبا بينهما .

الفصل الثاني ...

ووجه تعرف مقدار كل واحد منهما أن نضع نسبة الوزن الهوائي للمركب إلى وزنه

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

المائي كنسبة ا ب إلى جـ د، وا ب منهما الوزن الهوائي. ونفرض مقدار الذهب ا ه فيكون ا ه وزن الذهب الهوائي، ووزنه المائي جـ ز. فيكون ه ب وزن الفضة الهوائي، وز د وزنها المائي. ومعلوم أن نسبة ا ه إلى جـ ز أصغر من نسبة ا ب إلى جـ د، لأن الذهب في الماء أثقل من المركّب منه ومن الفضة، على ما يتكفل برهانه صاحب العلم الطبيعي. ونسبة ه ب إلى ز د أعظم من نسبة ا ب إلى جـ د، لأن الفضة في الماء أخف من المركب منه ومن الذهب. ونجعل نسبة ه ح إلى ز د كنسبة ا ه إلى جـ ز. فباضطرار يكون ه ح أصغر من ه ب، ونسبة ا ه إلى جـ ز كنسبة ه ح إلى ز د، فتكون نسبة جميع ا ح إلى جميع جـ د كنسبة ا ه إلى جـ ز، كما تبيّن في خامسة الأسطقصات. ونسبة ا ه إلى جـ ز معلومة، فتكون نسبة ا ح إلى جـ د معلومة. وجـ د معلوم. فيكون ا ح معلوما وح ب الباقي معلوما. ونسبة ه ح إلى ز د معلومة، وكذلك نسبة ه ب إلى ز د معلومة فتكون نسبة ه ب إلى ه ح معلومة، وكذلك إلى ح ب. وح ب معلوم فيكون ه ب معلوما، وهو مقدار الفضة وهذه الأشياء برهنت في المعطيات.

ونضع لهذا مثالا كي يكون أسهل. لتكن نسبة الوزن الهوائي للفضة إلى وزنه المائي كنسبة عشرة إلى عشرة ونصف، ونسبة وزنه الذهب الهوائي إلى وزنه المائي كنسبة عشرة إلى أحد عشر، وأخذنا مقدارا مركبا بينهما ووزنّاه في الماء فكانت عشرة وثلاثة أرباع.

ونفرض مقدار الذهب ا ه فيكون ا ه وزن الذهب الهوائي، ووزنه المائي جـ ز. فيكون ه ب وزن الفضة الهوائي، وز د وزنه المائي. ومعلوم أن نسبة ا ه إلى جـ ز أصغر من نسبة ا ب إلى جـ د، لأن الذهب في الماء أثقل من المركّب منه ومن الفضة، على ما يتكفل برهانه صاحب العلم الطبيعي. ونسبة ه ب إلى ز د أعظم من نسبة ا ب إلى جـ د، لأن الفضة في الماء أخف من المركب منه ومن الذهب. ونجعل نسبة ه ح إلى ز د كنسبة ا ه إلى جـ ز. فبالاضطرار يكون ه ح أصغر من ه ب، ونسبة ا ه إلى جـ ز كنسبة ه ح إلى ز د، فيكون نسبة جميع ا ح إلى جميع جـ د كنسبة ا ه إلى جـ ز، كما بيّن في خامسة الأسطق (مشطوبة) الأصول. ونسبة ا ه إلى جـ ز معلومة، فتكون نسبة ا ح إلى جـ د معلومة. وجـ د معلوم. فيكون ا ح معلوما وح ب الباقي معلوما. ونسبة ه ح إلى ز د معلومة، وكذلك نسبة ه ب إلى ز د معلومة فتكون نسبة ه ب إلى ه ح معلومة، وكذلك إلى ح ب. وح ب معلوم فيكون ح ب معلوما، وهو مقدار الفضة وهذه الأشياء تبرهنت في المعطيات.

ونضع لهذا مثالا ليكون أسهل. فليكن نسبة وزن الفضة الهوائي إلى وزنها المائي كنسبة عشرة إلى عشرة ونصف، ونسبة وزن الذهب الهوائي إلى وزنه المائي كنسبة عشرة إلى أحد عشر، وأخذنا مقدارا مركبا منهما ووزنّاه في الهواء فوجدناه عشرة وثلاثة أرباع ووزناه في الماء فوجدناه

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

ونسبة عشرة إلى عشرة وثلاثة أرباع أعظم من نسبة عشرة إلى أحد عشر وأصغر من نسبة عشرة إلى عشرة ونصف، فعلمنا أنه بالحقيقة مركب بينهما، ونحن من وراء تعرف مقداريهما فيه لنفرض مقدار ا ب من المثال المتقدم عشرة ومقدار جـ د عشرة وثلاثة أرباع، وا ه مقدار الذهب بالفرض ولا نعلم عدده، وجـ ز مقدار وزنه المائي، وقد قلنا أن نسبة ا ح إلى جـ د كنسبة ا ه إلى جـ ز، ونسبة ا ه إلى جـ ز كنسبة عشرة إلى أحد عشر...

عشرة. ونسبة عشرة إلى عشرة وثلاثة أرباع أعظم من نسبة عشرة إلى أحد عشر وأصغر من نسبة عشرة إلى عشرة ونصف، فعلمنا أنه بالحقيقة مركب منهما، فنفرض مقدار ا ب من المثال المتقدم عشرة ومقدار جـ د عشرة وثلاثة أرباع، وا ه مقدار الذهب بالفرض ولا نعلم عدده، وجـ ز مقدار وزنه المائي، وقد قلنا أن نسبة ا ح إلى جـ د كنسبة ا ه إلى جـ ز

هنا يقف النص في مخطوطة Gotha.

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

ANNEXE 4

الفصل الأوّل

(أ) الثقل هو القوة التي بها يتحرّك الجسم الثّقيل إلى مركز العالم.

(ب) والجسم الثقيل هو الذي يتحرك بقوة ذاتية، أبدا إلى مركز العالم فقط، أعني أن الثقيل هو الذي له قوة تحركه إلى نقطة المركز، وفي الجهة أبدا التي فيها المركز، ولا تحركه تلك القوة في جهة غير تلك الجهة. وتلك القوة هي لذاته لا مكتسبة من خارج، وغير مفارقة له ما دام على غير المركز ومتحركا بها أبدا ما لم يعقه عائق، إلى أن يصير إلى مركز العالم.

الفصل الثاني

(أ) والأجسام الثقال مختلفة القوى فمنها ما قوته أعظم وهي الأجسام الثقيلة.

(ب) ومنها ما قوته أصغر وهي الأجسام السخيفة.

(ج) وكلما كان أشد كثافة كان أعظم قوة.

(د) وكلما كان أشد سخافة كان أصغر قوة.

(ه) والأجسام المتساوية القوى هي المتساوية الكثافة أو السخافة، التي المقادير المتساوية منها المتشابهة الأشكال متساوية الثقل ولنسمّ هذه الأجسام المتساوية في القوة.

(و) والأجسام المختلفة القوى هي التي ليست كذلك، ولنسمّها المختلفة في القوى.

الفصل السادس

(أ) كل جسم ثقيل يتحرك إلى مركز العالم فإنه لا يتجاوز المركز وإنه إذا انتهى إليه انتهت حركته.

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

الفصل الثالث

(أ) وإذا تحرك جسم ثقيل في أجسام رطبة فإن حركته فيها بجسب رطوباتها فتكون حركته في الجسم الأرطب أسرع.

(ب) وإذا تحرك في جسم رطب جسمان متساويا الحجم متشابها الشكل مختلفا الكثافة فإن حركة الجسم الأكثف فيه تكون أسرع.

(جـ) وإذا تحرك في جسم رطب جسمان متساويا الحجم متساويان في القوة مختلفا الشكل فإن الذي يلقى الجسم الرطب منه سطح أصغر تكون حركته فيه أسرع.

(د) وإذا تحرك في جسم رطب جسمان متساويان في القوة مختلفا الحجم فإن حركة الأعظم فيه أسرع.

الفصل الرابع

(أ) الأجسام الثقال قد تتساوى أثقالها وإن كانت مختلفة في القوة مختلفة الشكل.

(ب) والأجسام المتساوية الثقل هي التي إذا تحركت في جسم واحد من الأجسام الرطبة من نقطة واحدة كانت حركاتها متساوية أعني أنها تجوز في أزمنة متساوية مسافات متساوية.

(جـ) والأجسام المختلفة الثقل هي التي إذا تحركت على هذه الصفة كانت حركاتها مختلفة وأعظمها ثقلاً أسرعها حركة.

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

(د) والأجسام المتساوية في القوة والحجم والشكل والبعد عن مركز العالم متساوية.

(ه) وكل جسم ثقيل يكون على مركز العالم فإن مركز العالم يكون في وسطه، ويكون ميل أجزائه مع جميع جهاته إلى مركز العالم ميلا متساويا، وتكون كل السطوح التي تخرج من مركز العالم يقسم كل واحد منها الجسم بقسمين متعادلي الثقل عند ذلك السطح.

(و) وكل السطوح التي تفصله ولا تمر بمركز العالم تقسمه بقسمين غير متعادلي الثقل عند ذلك السطح.

(ز) وكل جسم ثقيل فإن النقطة منه التي تنطبق على مركز العالم إذا كان ساكنا عليه تسمى مركز الثقل لذلك الجسم.

(ب) وإذا انتهت حركته صار ميل جميع أجزائه إلى المركز ميلا متساويا.

(ج) وإذا انتهت حركته فإن وضع المركز منه حينئذ لا يتغير.

(د) وإذا تحركت إلى المركز أجسام ثقال ولم يعقها عائق فإنها تلتقي عند المركز، ويصير وضع المركز منها وضعا لا يتغير.

(ه) وكل جسم ثقيل فله مركز ثقل.

(و) كل جسم ثقيل فإن كل سطح مستو يخرج من مركز ثقله، فإنه يقسمه بقسمين متعادلي الثقل.

(ز) وإذا قسمه بقسمين متعادلي الثقل فإن مركز ثقله على ذلك السطح.

(ح) وإن مركز ثقله هو نقطة واحدة.

الفصل الخامس

(أ) والجسمان المتعادلا الثقل عند نقطة مفروضة هما اللذان يمكن، إذا ضما إلى جسم ثقيل تكون تلك النقطة مركز ثقله، وصار مركزا ثقلهما عن جنبتي تلك النقطة على خط مستقيم يمر بتلك النقطة، أن لا يتغير وضع ذلك الجسم وتصير تلك النقطة مركز ثقل مجموعهما.

الفصل السابع

(أ) كل جسمين ثقيلين بينهما واصل يحفظ وضع أحدهما عند الآخر فلمجموعهما مركز ثقل وهو نقطة واحدة فقط.

(ب) كل جسمين ثقيلين يصل بينهما جسم ثقيل يكون مركز ثقله على الخط المستقيم الذي يصل بين مركزي ثقلهما فإن مركز ثقل الجميع على ذلك الخط.

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

(ب) والجسمان المتعادلا الثقل عند سطح مفروض هما اللذان يمكن، إذا ضُمّا إلى جسم ثقيل يكون مركز ثقله على ذلك السطح، وصار مركزا ثقلهما عن جنبتي ذلك السطح، أن لا يتغير وضع ذلك الجسم، ويكون مركز ثقل الجميع على ذلك السطح.

(ج) والأثقال المعادلة لثقل واحد بعينه على مركز واحد فهي متساوية.

(د) وإذا ضُمّ إلى أثقال متعادلة عند مركز مفروض أثقال متعادلة عند ذلك المركز فلم يتغير مركز ثقلهما فإن الجميع متعادلة عند ذلك المركز.

(ه) وإذا ضُمّ إلى أثقال متعادلة عند سطح مفروض أثقال متعادلة عند ذلك السطح فإن الجميع متعادلة عند ذلك السطح.

(و) وإذا نُقّص من أثقال متعادلة أثقال متعادلة فلم يتغير مركز ثقل الجميع فإن الباقية متعادلة.

(ز) وكل جسم ثقيل يعادل جسما ثقيلا فإنه لا يعادل بجميع ثقله ولا بأكثر من ثقله جزءا من ذلك الجسم ما لم يتغير وضع أحدهما.

(ج) كل جسم ثقيل يعادل جسما ثقيلا فإن كل جسم مساو له في الثقل فإنه يعادل ذلك الثقل إذا لم تتغير المراكز.

(د) كل جسمين متعادلين يرفع أحدهما ويوضع على مركز ثقله جسم أثقل منه فإنه لا يعادل الجسم الباقي ولا يعادل إلا جسما أثقل منه.

الفصل الثامن

(أ) كل جسم متوازي السطوح متشابه الأجزاء فإن مركز ثقله هو مركزه، أعني النقطة التي تتقاطع عليها أقطاره.

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press

(ب) كل جسمين متوازيي السطوح متساويين في القوة وارتفاعهما متساويان وارتفاعهما على قواعدهما على زوايا قائمة فإن نسبة ثقل أحدهما إلى ثقل الآخر كنسبة عظم أحدهما إلى عظم الآخر.

(جـ) كل جسم متوازي السطوح يفصله سطح على موازاة سطحين متقابلين من سطوحه فيقسمه بجسمين متوازيي السطوح ويستخرج مركز الجسمين ويوصل بينهما بخط مستقيم ويستخرج مركز جميع الجسم وهو أيضا على هذا الخط، فإن نسبة ثقلي الجسمين أحدهما إلى الآخر كنسبة قسمي الخط أحدهما إلى الآخر بالتكافؤ.

(د) كل جسمين ثقيلين متصلين فإن نسبة ثقل أحدهما إلى ثقل الآخر كنسبة قسمي الخط الذي عليه مراكز أثقالها الثلاث، الذي لكل واحد منهما ولمجموعهما، أحدهما إلى الآخر بالتكافؤ.

(ح) والأجسام المتساوية في القوة المتساوية في العظم المتشابهة الأشكال التي أبعاد مراكز أثقالها من نقطة واحدة متساوية هي متعادلة الثقل بالإضافة إلى تلك النقطة ومتعادلة الثقل بالإضافة إلى السطح المستوي الذي يمر بتلك النقطة ويكون وضع تلك الأجسام عنده وضعا متشابها.

الفصل التاسع

(أ) كل جسمين متعادلي الثقل عند نقطة مفروضة فإن نسبة ثقل أحدهما إلى ثقل الآخر كنسبة قسمي الخط الذي يمر بتلك النقطة ويمر بمركزي ثقلهما، أحدهما إلى الآخر <بالتكافؤ>.

(ب) كل جسمين ثقيلين يعادلان جسما واحدا ثقيلا بالقياس إلى نقطة واحدة فإن

أقربهما من تلك النقطة أثقل من أبعدهما.
(جـ) كل جسم ثقيل يعادل جسما ثقيلا بالقياس إلى نقطة ثم ينتقل الجسم في ضد الجهة التي فيها الجسم الآخر ويصير أيضا مركز ثقله على الخط المستقيم الذي عليه المراكز فإنه كلما بعد كان ثقله أعظم.

(ط) وكل جسمين ثقيلين فمجموع ثقلهما أعظم من ثقل كل واحد منهما.
(ي) والأجسام الثقال المتساوية البعد عن مركز العالم هي التي تكون الخطوط التي تخرج من مركز العالم إلى مراكز أثقالها متساوية.

(د) كل جسمين ثقيلين متساويين في القوة والحجم والشكل، مختلفي البعد عن مركز العالم فإن أكثرهما بعدا أعظمهما ثقلا.

https://doi.org/10.1017/S0957423901001047 Published online by Cambridge University Press